

**Всеукраїнська олімпіада
Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна
з математики, дистанційний тур**

Олімпіада з математики проводиться для вступу в Харківській національний університет імені В.Н.Каразіна на навчання за спеціальністю 111 «Математика».

Перший (дистанційний) тур олімпіади триває з 1 по 31 березня 2019 року.

Попередні результати першого туру будуть оприлюднені 3 квітня 2019 року, а остаточні — 6 квітня 2019 року.

За результатами дистанційного туру учасники, які набрали не менше 75% балів, будуть запрошені на другий (очний) тур. Очний тур відбудеться 14 квітня 2019 року об 11 годині в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна (майдан Свободи, 4, ауд. 6-52).

Учасникам другого туру, які наберуть не менше ніж 90% балів на другому турі, нараховуються 20 додаткових балів до оцінки з математики у сертифікаті зовнішнього незалежного оцінювання з математики при розрахунку конкурсного бала в університеті.

Інструкція з виконання

Дистанційний тур складається з 8 задач. Повний розв'язок кожної задачі оцінюється в 7 балів. Неповні розв'язки також будуть оцінені (в залежності від ступеня просунення).

Будь ласка, розв'яжіть задачі й запишіть розв'язки на аркушах паперу. Напишіть на кожному аркуші Ваші ім'я і прізвище. Якщо Ви отримали лише частковий розв'язок або маєте якісь міркування, **обов'язково** напишіть їх теж; є шанси, що вони також будуть оцінені. Будь ласка, намагайтеся писати акуратно і розбірливо: нам буде легше оцінити Вашу роботу. Потім відскануйте або сфотографуйте всі аркуші. **Обов'язково** перевірте якість отриманих файлів.

Надішліть файли з Вашою роботою електронною поштою на адресу vstup.math@karazin.ua **не пізніше 31 березня 2019 року**. У листі вкажіть таку інформацію про себе:

- Прізвище,
- Ім'я,
- По батькові,
- Контактний телефон,
- Якщо Ви ще навчаєтесь у школі: повна назва Вашого навчального закладу і клас; якщо Ви вже закінчили школу: повна назва навчального закладу та рік закінчення.

Коли ми отримаємо Вашого листа і перевіримо, що всі вкладення відкриваються і добре читаються, ми підтвердимо отримання розв'язків відповіддю на Вашу електронну адресу. У разі виникнення проблем з файлами ми повідомимо про них також на Вашу електронну адресу.

Якщо у Вас виникнуть питання щодо умов задач, Ви можете написати електронного листа на вказану вище адресу.

Бажаємо успіхів!

**Всеукраїнська олімпіада
Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна
з математики, дистанційний тур
Завдання**

1. На координатній площині відмічено точки $A(2; -1)$, $B(-2; 5)$ і $C(5; 1)$. Знайдіть площу трикутника ABC . Відповідь обґрунтуйте.
2. Перші чотири члени арифметичної прогресії дорівнюють a , $2a$, b , $a - 6 - b$, де a і b — деякі числа. Знайдіть сотий член цієї прогресії. Відповідь обґрунтуйте.
3. Брати Василь, Дмитро, Сергій і маленький Петрик викопали канаву і за свою роботу отримали зарплату. Дмитро отримав 75% того, що отримав Василь. Сергій отримав 80% того, що отримав Дмитро. А Петрик отримав 85% того, що отримав Сергій. Маленький Петрик запропонував перерозподілити гроші так, щоб усі отримали порівну. Зрозуміло, що в такому разі Василю доведеться віддати частину своїх грошей. А Дмитро — отримає чи втратить? Відповідь обґрунтуйте.

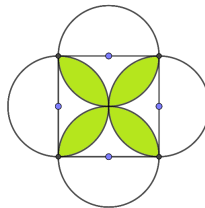
4. Розв'яжіть рівняння:

$$|x - |x|| + |x + |x|| = 1.$$

5. Розв'яжіть нерівність:

$$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} > 1.$$

6. Сторона квадрата дорівнює 2. Середини його сторін є центрами чотирьох кругів радіусом 1. Знайдіть площу фігури, яка складається з точок, що належать двом кругам (на рисунку вона зафарбована). Відповідь обґрунтуйте.



7. Вчителька Марія Іванівна написала на дошці два квадратних рівняння

$$x^2 - 6x + a = 0, \quad x^2 - cx + 6 = 0$$

і загадала таку загадку. При яких значеннях параметрів a і c ці рівняння мають один спільний корінь, причому другий корінь першого рівняння і другий корінь другого рівняння — це цілі числа, які відносяться як 4 : 3? Відгадайте загадку Марії Іванівни. Відповідь обґрунтуйте.

8. Відомо, що похідна функції $f(x)$ дорівнює $f'(x) = 1 - x^2$ для всіх дійсних x . Крім того, відомо, що $f(3) = 5$.
- (а) Що більше: $f(4)$ чи $f(5)$?
 - (б) Знайдіть значення $f(5)$.
- Відповідь обґрунтуйте.